L16 遞增遞減函數延拓到閉區間 微分相等的函數之間差一常數
4.3 local extreme values (局部極值

Let f and g be decreasing on I, then f+g is decreasing on I.

Q:這邊用的是定義還定理？A:定義，自變數越大則函數值越小。

pf:

Let $x_1<x_2$ in I.

∵ f and g are decreasing on I.

∴ $f(x_1)>g(x_2)$ and $g(x_1)>g(x_2)$

⇒ f(x1)+g(x1)>f(x2)+g(x2)

⇒f+g in decreasing on I.

Q:什麼樣的函數會遞減(增)？A:一階微分小(大)於 0 在 I 上。反過來則不對

Thm:Let f be increasing on (a,b).If f is cont. at a (c.f. b), then f is increasing on [a,b) (c.f.(a,b]). 延拓到端點

如果函數在 a 點連續，則函數在 a 閉 b 開遞增。

Q:Let f be increasing on (a,b)，在哪裡遞增？A:(a,b)內部
Q:改成[a,b)會遞增嗎？A:不一定，如果在 a 上連續就會。
Q:如果這點不連續會不會遞增？A:不一定

eg.

① Find the intervals on which f increases or decreases.

Let f(x)=√(1-x^2) on [-1,1].

② 4/5x^5-3x^4-4x^3+22x^2-24x+6

Q:決定遞增遞減有兩種方法？
A:1 根據定義、2 根據定理，函數要可微。

L16 遞增遞減函數延拓到閉區間 微分相等的函數之間差一常數
4.3 local extreme values (局部極值

pf:①

$\because$ f'(x)= 2x/(2√(1-x^2))=-x/(1-x^2)

$\therefore$ f'(x) $\begin{cases} > \text{ on } (-1,0) \\ < \text{ on } (\ \ 0,1) \end{cases}$

$\Rightarrow f \begin{cases} \nearrow \text{ on } (-1,0) \\ \searrow \text{ on } (\ \ 0,1) \end{cases}$ 利用上述定理

$\because$ f is cont. on -1, 0 and 1.

$\therefore \begin{cases} \nearrow \text{ on } [-1,0] \\ \searrow \text{ on } [\ \ 0,1] \end{cases}$

pf:②

f'(x)=4x^4-12x^3-12x^2+44x-24=4(x+2)(x-1)^2(x-3)=0

f': + -2 - 1 - 3 +

$\because f' \begin{cases} > 0 \ on \ (-\infty,-2) \\ < 0 \ on \ (-2,\ \ 1) \\ < 0 \text{ on } (\ \ 1,\ \ 3) \\ > 0 \text{ on } (\ \ 3,\ \ \infty) \end{cases}$

$\therefore f \begin{cases} \nearrow 0 \text{ on } (-\infty,-2) \\ \searrow 0 \text{ on } (-2,\ \ 1) \\ \searrow 0 \text{ on } (\ \ 1,\ \ 3) \\ \nearrow 0 \text{ on } (\ \ 3,\ \ \infty) \end{cases}$

$\because$ f is cont. at -2,1 and 3.

$\therefore f \begin{cases} \nearrow 0 \text{ on } (-\infty,-2] \\ \searrow 0 \text{ on } [-2,\ \ 1] \\ \searrow 0 \text{ on } [\ \ 1,\ \ 3] \\ \nearrow 0 \text{ on } [\ \ 3,\ \ \infty) \end{cases} \Rightarrow \searrow [-2,\ \ 3]$

L16 遞增遞減函數延拓到閉區間 微分相等的函數之間差一常數
4.3 local extreme values (局部極值

Thm:$\boxed{\text{Let } f:I\to\mathbb{R} \text{ be diff. If } f'\equiv 0 \text{ on } I, \text{ then}}$

表① $\boxed{\exists\, c\in\mathbb{R} \text{ s.t. } f(x)\equiv 0 (\text{or } f(x)=c\ \forall\, x\in I)}$

表② $\boxed{f(x)\equiv c \text{ for some } c\in\mathbb{R} (\text{or where } c\in\mathbb{R})}$

pf:By Mean-value thm.

cor 推論:$\boxed{\text{Let } f, g:I\to\mathbb{R} \text{ be function.If } f'=g' \text{ on } I, \text{ then } \exists\, c\in\mathbb{R} \text{ s.t. } f(x)\equiv g(x)+c.}$

極重要 By the way~定理出來一直往下推
~出社會前勢在必行的條件，一個企畫案一個月兩個月。
~統計資料出來台灣沒有人才的比率五成，兩個人就有一個不是人才。

pf:

Let h=f-g, then h'=f'-g'=0 on I.

$\Rightarrow\exists\, c\in\mathbb{R}$ s.t. $h\equiv c$

$\Rightarrow h=f-g=c$

$\Rightarrow f=g+c$

e.g. Find f s.t. f'(x)=6x^2-7x+5 and f(2)=1.

pf:

$\because$ (2x^3-7/2x^2+5x)'=6x^2-7x+5 找 g 使得它的微分等於 f

$\therefore$ f(x)=2x^3-7/2x^2+5x+c

f(2)=16-14+10+c=1⇒c=-13

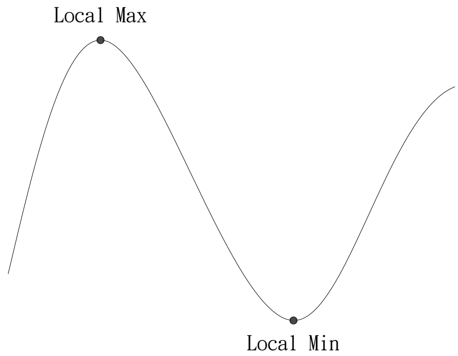
⇒ f(x)=2x^3-7/2x^2+5x-13

Ex.P165(15.2430.55.56.58)

L16 遞增遞減函數延拓到閉區間 微分相等的函數之間差一常數
4.3 local extreme values (局部極值

§ 4.3 local extreme values

第一個遞增或遞減的數學建模找出高低點，哪一類函數會遞增遞減
第二個高峰或低峰的數學建模找出高低峰，哪裡會產生高峰低峰
高峰低峰上的比較值沒有意義，高(低)峰不一定是函數的最大值。
只是局部的高(低)峰
Q:憑什麼叫局部最大？A:某高峰它最大



Def:Let $f:I\to\mathbb{R}$ be a function.

① We say that f has a local maximum value at c,

if $\exists\ \delta>0$ s.t. $f(x)\le f(c)$, $\forall\ x\in(c-\delta,c+\delta)$.

我們說函數在 c 有局部極大值，如果存在有以 δ 半徑的區間，使得

函數小於 c 函數值，對每一個 x 在(c-δ,c+δ)。

② We say that f has a local minimum value at d,

if $\exists\ \delta>0$ s.t. $f(x)\ge f(c)$, $\forall\ x\in(c-\zeta,c+\zeta)$.

③ The local Maxmimun values of f and local minimun values of f are called

the local extreme values of f.

畫圖至少要找局部極值
從所求想起，給了題目也給答案，要中間的推倒
如果將來要走研發方面，本來就沒有答案，有的只是題目~必要條件想起
若 P 則 Q(P⇒Q) If~,~then.
P 充分條件 sufficient condition、Q 必要條件 necessary condition
充分條件的意思，滿足它，一定得到結果。所以叫充分條件。
必要條件是有這個條件，一定可以推到這個結果。
蹦~今天怎麼這麼多人在睡覺~
可微則連續。如果要可微，一定要連續。
可微對連續來講，可微充分條件
連續對可微來講，連續必要條件

Question:How to find local extreme values ?想法~若有它，則滿足它的性質。